

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



**Matematica Generale (Cdl. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – 11 giugno 2013**

**Domanda 1 (punti 5).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 5x + 4}}{\log(x + 2)}$$

Dominio (punti 2)	$E = (-2, 1] \cup [4, +\infty) \setminus \{-1\}$
Positività (punti 2)	$P = (-1, 1) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni (punti 1)	$A(1; 0) \quad B(4; 0) \quad C(0; 2 / \log 2)$

**Domanda 2 (punti 5).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = \sqrt{x^4 + 4x^2 + 1}$

Derivata prima (punti 2)	$f' = \frac{2x^3 + 4x}{\sqrt{x^4 + 4x^2 + 1}} \quad E = \mathbb{R}$
Estremi (punti 3)	$m(0; 1) \quad \text{cresce in } (0, +\infty)$

**Domanda 3 (punti 5).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = e^{8-2x^2}$

Derivata prima (punti 1)	$f' = -4e^{8-2x^2} \cdot x \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda (punti 1)	$f'' = 4e^{8-2x^2} \cdot (4x^2 - 1)$
Insieme di convessità (punti 2) Flessi (punti 1)	concava in $(-1/2, 1/2)$ $F_1(-1/2; e^{15/2}) \quad F_2(1/2; e^{15/2})$

**Domanda 4 (punti 5).**

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{5x^4 - 3x^3 + 4x^2 - x}{(x-5) \cdot (x^2-9)}$$

Dominio (punti 1)	$E = \mathbb{R} \setminus \{-3, 3, 5\}$
As. verticali (punti 2)	$x = \pm 3 \text{ e } x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali (punti 2)	$y = 5x + 22$

**Domande teoriche (punti 10)**

- Definizione di derivata e significato geometrico (punti 4)\*
- Il teorema degli zeri per le funzioni continue (punti 3)
- Legame tra derivata seconda e punti di flesso (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------



**Domanda 5 (punti 6).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti):

$$\int_1^4 \frac{3}{1-2\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int 4x^2 \cdot e^{4x} dx$$

Integrale definito (punti 3)	primitiva: $\frac{3}{2}(-2\sqrt{x} - \log(2\sqrt{x}-1))$ $-\frac{3}{2}(2 + \log 3) \approx -4,65$
Integrale indefinito (punti 3)	$\frac{1}{8}e^{4x} \cdot (8x^2 - 4x + 1) + c$

**Domanda 6 (punti 6).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} x - 2y + k \cdot z = 3 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ k \cdot x + y + 4z = 2 \end{cases}$$

Compatibilità (punti 2)	$k \neq \pm 3$ sol. unica (altrimenti incomp.)
Soluzioni (punti 4)	$\left( x = \frac{5k-37}{3(k^2-9)}; y = \frac{k^2-7k+22}{3(k^2-9)}; z = \frac{11k-19}{3(k^2-9)} \right)$

**Domanda 7 (punti 8).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x^2 - 2x \cdot y - 4y^2 + 2y - 4$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 2x + 3y = 3$ .

Derivate parziali (punti 2)	$f_x = 2x - 2y \quad f_y = -2x - 8y + 2$
Estremi liberi (punti 3)	$S(1/5; 1/5) \quad z = -19/5 \quad H = -20$
Estremi vincolati (punti 3)	$m(-9/5; 11/5) \quad \lambda = -4 \quad z = -39/5 \quad H = -10$

**Domande teoriche (punti 10).**

- Enunciato e conseguenze del teorema di Barrow-Torricelli (punti 4)\*
- Teorema di Rouché-Capelli per i sistemi lineari (punti 3)
- Definizione e significato delle derivate parziali (punti 3)